

9. ÉVFOLYAM

Heti óraszám: 4

Éves óraszám:144

A táblázatban megadott óraszámok csak a tananyag feldolgozására javasolt óraszámok, az értékelésre szánt órákat és az évi eleji illetve év végi ismétlő órákat a szabadon hagyott órakeret tartalmazza.

TÉMAKÖR	TÉMAKÖR FELDOLGOZÁSÁRA JAVASOLT ÓRASZÁM 122
I. Gondolkodási módszerek	18
II. Algebra	50=26+24
III. Geometria	34=20+14
IV. Összefüggések, függvények, sorozatok	14
V. Valószínűség, statisztika	6

.Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 18óra
Előzetes tudás	Halmazelméleti-, geometriai alapfogalmak ismerete. Halmazba rendezés több szempont alapján, halmazok metszete, uniója. Néhány elem sorba rendezése, kiválasztása. A matematikai nyelv helyes használata: és, vagy, relációs kifejezések ismerete, egyszerűbb állítások tagadása.	

A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Halmazok eszközjellegű használata. A valós számok halmazának ismerete. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése., állítások tagadása. A matematika logika megalapozása. A rendszerezési képességének fejlesztése. Kommunikáció, együttműködés.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma.	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	Matematikatörténet: <i>Georg Cantor</i> . John Venn
A halmaz fogalma, megadási módok. Üres halmaz. Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. A halmazműveletek tulajdonságai. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés. A halmazműveletek tudatos alkalmazása.	<i>Magyar nyelv és irodalom</i> : mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan</i> : halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. <i>Kémia</i> : anyagok csoportosítása.
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Alaphalmaz szerepe a komplementer halmaz képzésénél.	<i>Biológia-egészségtan</i> : élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.
A valós számkör felépítése, annak, részhalmazainak ismerete a közöttük levő kapcsolatok. (pozitív egészek, természetes számok, egész számok, racionális számok,	A megismert számhalmazok áttekintése. Halmazábra készítése és adott számok elhelyezése..	Matematika: Venn diagram

<p>irracionális számok) A számírás története.</p>		
<p>Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái.</p>	<p>Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz. Intervallumok helyes jelölése, zárt és nyílt intervallumok megkülönböztetése.</p>	<p>Matematika: számegegyenes</p>
<p>Távolsággal megadott ponthalmazok. Adott tulajdonságú ponthalmazok ismerete (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).</p>	<p>Ponthalmazok megadása ábrával, ábrával megadott ponthalmazok matematikai értelmezése. Megosztott figyelem fejlesztése; két, illetve több szempont egyidejű követése.</p>	<p>Vizuális kultúra: nevezetes ponthalmazok a környező világunkban</p>
<p>Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. Matematikai értelemben vett állítás fogalmának ismerete, állítások tagadása. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)</p>	<p>Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. Matematikai tartalmú szöveg értelmezése. Tagadások pontos megfogalmazása, mely a mindennapi életben a vita kultúrában nélkülözhetetlen.</p>	<p>Matematika: Arisztotelész és Pláton „Két furcsa város” valamint „lovagok és lóköők logikai rendszere.</p>

<p>Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)</p>	<p>Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.</p>	<p>Magyar nyelv és irodalom: szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése.</p>
<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata.</p>	<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Tagadásaik közötti kapcsolat felismerése és alkalmazása. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe.</p>	
<p>„Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p>	<p>Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „jelentésének elemzése.</p>	
<p>Bizonyítás. (folyamatos)</p>	<p>Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetének logikus végig vitele.</p>	<p>Etika: a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>
<p>Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, Különböző, és nem feltétlenül különböző elemek sorba rendezése.</p>	<p>Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása.</p>	<p>Technika: hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. Magyar nyelv és irodalom: periodicitás, ismétlődés és kombinatorika, szavak képzése.</p>

	Fadiagram alkalmazása.	
Kulcsfogalmak/fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Logikai műveletek. Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, cáfolás. Permutáció, faktoriális	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra		Órakeret 50 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, a tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Számológép használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Számelmélet alapfogalmai. Oszthatósági szabályok. Prímszámok és összetett számok.	A tanult oszthatósági szabályok alkalmazása. c A legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározásának ismerete.	Matematikatörténet: Euklidész, Mersenne, Euler, Fermat; néhány számelméleti	

<p>Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímek. Számrendszerek.</p>	<p>Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés. Számrendszerek közötti átjárás.</p>	<p>fogalom fejlődésének története (pl. tökéletes szám, ikerprím, prímek száma). Informatika: Kettes számrendszer Neumann János</p>
<p>Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv. A hatványozás azonosságai. Számok normálalakja.</p>	<p>Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése. Induktív gondolkodás fejlesztése. Bizonyítási igény felkeltése. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. Nagyságrendek becslése.</p>	<p>Természettudomány és a társadalomtudomány: nagy és kis mennyiségekkel történő számolás</p>
<p>Algebrai kifejezések, elnevezések. Műveletek algebrai kifejezésekkel. Kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata. Nevezetes azonosságok: $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Egyszerű feladatok polinomok, illetve</p>	<p>Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása Azonosság fogalma, tudatos alkalmazása. Algebrai kifejezések egyszerűsítésénél az értelmezési tartomány vizsgálata. Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.</p>	<p>Fizika; kémia; biológia-egészségtan: számítási feladatok, képletek értelmezése.</p>

<p>algebrai törtek közötti műveletekre. A tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai törtekifejezés.</p>		
<p>Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek. Egyenletek, egyenlőtlenségek alkalmazása. Egyenletek ekvivalens átalakítása, nem ekvivalens átalakításnál ellenőrzés. Az egyenletek megoldási módszerei. Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $x + c = ax + b$.</p>	<p>Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.</p> <p>Az abszolútérték definíciójának alkalmazása.</p>	<p>Fizika: mozgásos feladatok</p> <p>Kémia: keverékes feladatok</p> <p>Mindennapi élet: munkavégzés, százalékszámítás.</p> <p>Számelmélet: helyi és alaki érték</p>
<p>Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.</p>	<p>Megosztott figyelem;</p> <p>Különböző módszerek alkalmazása: behelyettesítő módszer, egyenlő együtthatók módszere, grafikus módszer.</p>	<p>Fizika: mozgásos feladatok</p> <p>Kémia: keverékes feladatok</p> <p>Mindennapi élet: munkavégzés, százalékszámítás.</p> <p>Számelmélet: helyi és alaki érték</p>
<p>Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.</p>	<p>A szöveges feladatok lejegyzése matematikai jelekkel.</p> <p>A megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal.</p>	<p>Mindennapi élet</p>

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Hatvány. Normálalak. Azonosság, nevezetes azonosságok. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Geometria		Órakeret 34 óra
Előzetes tudás	<p>Térelemek, illeszkedés. Sokszögek tulajdonságai.</p> <p>Háromszögek, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések.</p> <p>Háromszögek egybevágósága.</p> <p>Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.</p>		
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	<p>Tájékozódás a térben. A valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Számítási feladatok síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése. Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Számológép, számítógép használata.</p>		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Geometriai alapfogalmak. Térelemek,	Absztrakció: pont, egyenes, sík, tér,	Matematikatörténet: Euklidesz.	

távolságok és szögek értelmezése.	illeszkedés. A valóság alakzatainak leképezése megfelelő síkidomokra, testekre. Vázlat készítése.	Mindennapi élet: szimmetriák.
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. Thalész tétele.	A definíciók és tételek pontos ismerete alkalmazása. Bizonyítási igény továbbfejlesztése. Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának tudatos megkülönböztetése.	Informatika: geometriai szerkesztőprogram. Matematikatörténet: Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása, Thálesz.
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög. Induktív gondolkodás fejlesztése a sokszögek belső szögeinek meghatározásakor.	
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	Fizika: körmozgás. Vizuális kultúra: építészet.
Pitagorasz-tétel alkalmazásai.	Számolási készség fejlesztése. Állítás és megfordításának gyakorlása.	Matematikatörténet: Pitagorasz-i iskola

<p>Egybevágósági transzformációk: tengelyes, középpontos tükrözés, eltolás, pont körüli elforgatás.</p> <p>A transzformációk tulajdonságai</p>	<p>A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.</p> <p>Megfelelő transzformáció alkalmazása szerkesztési feladatokban.</p>	<p>Földrajz: bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül</p>
<p>A vektor fogalma.</p> <p>Műveletek vektorokkal, vektor felbontása összetevőkre.</p>	<p>A két adattal jellemezhető fogalom megértése. A vektorokkal végzett műveletek sajátosságai.</p>	<p>Fizika: erő, elmozdulás</p>
<p>Szimmetria.</p>	<p>Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban.</p> <p>Szimmetrián alapuló játékok bemutatása.</p>	<p>Informatika: geometriai szerkesztő programok.</p> <p>Vizuális kultúra: képzőművészet; építészet</p> <p>Biológia: az emberi test szimmetriája.</p>
<p>Szimmetrikus négyszögek.</p> <p>Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint.</p> <p>Szabályos sokszögek.</p>	<p>Fogalmak alkotása. Rendszerező szemlélet fejlesztése.</p> <p>Halmaz-szemlélet.</p>	<p>Vizuális kultúra: képzőművészet</p> <p>Szimmetriák a természetben.</p>
<p>Egyszerű szerkesztési feladatok.</p>	<p>Szerkesztési eljárások gyakorlása.</p> <p>Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés.</p> <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.</p>	<p>Informatika: geometriai szerkesztő programok.</p>

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszögek nevezetes vonalai és körei. Speciális háromszögek, négyszögek tulajdonságai. Belső szög, külső szög, átló. Thálesz és Pitagorasz tétel. Egybevágó alakzatok. Szimmetria. Vektor, vektorművelet.
------------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Összefüggések, függvények, sorozatok		Órakeret 14 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvény grafikonja.		
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Összefüggések, értéktáblázat készítése, grafikon és az értéktáblázat kapcsolata. A grafikonok értő elemzése. Függvény transzformációk algebrai és geometriai kapcsolata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A hozzárendelés fogalma. Értelmezési tartomány, értékkészlet. A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Függvénytani alapfogalmak ismerete. Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján.	Fizika; kémia; biológia: időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. Informatika: függvényábrázoló programok	
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények	Táblázatok készítése adott szabálynak, megfelelően.	Fizika: időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége.	

<p>tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége és tengelymetszete.</p>	<p>Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereinek alapján.</p>	<p>Kémia: egyenes arányosság. Matematika: lineáris egyenletek és egyenletrendszerek grafikus megoldása. Informatika: számítógép használata, táblázatkezelés.</p>
<p>Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto ax + b$ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).</p>	<p>Az abszolútérték definíciójának alkalmazása Függvénytulajdonságok megismerése.</p>	
<p>A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai.</p>	<p>Ismeretek felidézése: a fordított arányosság definíciójának alkalmazása Függvénytulajdonságok megismerése.</p>	<p>Fizika: ideális gáz, izoterma. Informatika: függvényábrázoló programok</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Hozzárendelés, függvény, értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely monotonitás, szélsőérték. Lineáris függvény, meredekség, tengelymetszet. Abszolútérték függvény. Hiperbola. Függvénytranszformáció. Grafikus megoldás.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 6 óra
Előzetes tudás	<p>Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás. Átlagszámítás.</p> <p>Valószínűségi kísérletek, gyakoriság és relatív gyakoriság fogalma.</p> <p>Néhány elem kiválasztásának és sorbarendezésének ismerete.</p>		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése.</p> <p>Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.</p>		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
<p>Statisztikai alapfogalmak: adatsokaság, ismérv, gyakoriság, relatív gyakoriság.</p> <p>Adatok és ábrázolásuk vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram.</p>	<p>Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása.</p> <p>Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként való jegyzése.</p> <p>Diagramok, táblázatok olvasása, készítése.</p> <p>Különböző grafikai megjelenítések megértése.</p> <p>Következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával.</p> <p>Számítógép használata.</p>	<p>Informatika: adatkezelés, adatfeldolgozás</p> <p>Történelem: történelmi, társadalmi témák adatainak ábrázolása (táblázat, diagram).</p> <p>Földrajz: időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.</p>	

<p>Adatsokaság jellemzői: átlag, medián, módusz.</p> <p>Szóródás mérőszámai: terjedelem, átlagos abszolút eltérés , szórásnégyzet.</p>	<p>A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése.</p> <p>Mintavétel fogalma.</p> <p>Statisztikai adatok torz ábrázolásának felismerése.</p>	<p>Informatika: statisztikai adatelemzés.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag. Gyakoriság, relatív gyakoriság.</p>	

10. ÉVFOLYAM

Heti óraszám: 4

Éves óraszám: 144

A táblázatban megadott óraszámok csak a tananyag feldolgozására javasolt óraszámok, az értékelésre szánt órákat és az év eleji illetve év végi ismétlő órákat a szabadon hagyott órakeret tartalmazza.

TÉMAKÖR	TÉMAKÖR FELDOLGOZÁSÁRA JAVASOLT ÓRASZÁM 113
I. Gondolkodási módszerek	12
II. Algebra	40=15+25
III. Geometria	47=9+12+8+18
IV. Összefüggések, függvények, sorozatok	5=2+3
V. Valószínűség, statisztika	8

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Logikai alapfogalmak: állítás. Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció. Következtetések: „ha...akkor”, „akkor és csak akkor” alkalmazása konkrét esetekben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Kommunikáció, együttműködés. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önefejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Logikai műveletek: implikáció és tulajdonságai, ekvivalencia és tulajdonságai. Skatulyaelv.	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A szükséges és elégséges feltétel ismerete és alkalmazása.	Magyar nyelv és irodalom: kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata

<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata.</p> <p>Állítás és megfordítása.</p> <p>„Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p>	<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata.</p> <p>Halmazok eszközjellegű használata.</p> <p>Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében.</p>	<p>Matematika: Pitagorasz , Thalesz tétel és megfordítása</p>
<p>Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorba rendezés, kiválasztás</p>	<p>Az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni.</p>	<p>Hétköznapi problémák megoldása kombinatorika eszközeikkel</p>
<p>A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám).</p> <p>Foksám tétel.</p> <p>Teljes gráf és komplementere.</p> <p>Egyszerű hálózatok szemléltetése.</p>	<p>Szövegértelmezés, szövegalkotó képesség fejlesztése.</p> <p>Gráfok alkalmazása matematikai és gyakorlati problémák megoldásában.</p> <p>Gondolatmenet megjelenítése gráffal.</p>	<p>Kémia: molekulák térszerkezete.</p> <p>Matematikatörténet: Erdős Pál.</p> <p>Történelem: pl. családfa.</p> <p>Technika: közlekedés.</p>
<p>Kulcsfogalmak/fogalmak</p>	<p>Logika alapfogalmai és műveletei. Skatulyaelv. Ellentmondás. Permutáció, kombináció, variáció. Gráf fogalma, gráf csúcsa, éle, csúcs foksáma.</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>2. Számтан, algebra</p>	<p>Órakeret 40 óra</p>
---	-----------------------------------	-----------------------------------

Előzetes tudás	<p>Algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Nevezetes azonosságok. Műveletek algebrai kifejezésekkel.</p> <p>Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása különböző módszerekkel. Egyenlet felírása szöveg alapján (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Első- és másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása.</p> <p>Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően.</p> <p>Saját megoldási terv készítése adott feltételeknek megfelelően, annak végrehajtása és ellenőrzése. Számológép használata.</p>	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.</p> <p>Műveletek négyzetgyökös kifejezésekkel.</p> <p>Az irracionális szám.</p>	<p>Számológép használata.</p> <p>A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben.</p> <p>A számfogalom továbbfejlesztése bővülő számkörben.</p>	<p>Matematika: Pitagorasz tétel</p> <p>Fizika: fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása, egyenletesen gyorsuló mozgásnál az idő kiszámítása.</p>
<p>Másodfokú kifejezések szorzattá alakítása.</p> <p>A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.</p>	<p>Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). A rendezett másodfokú egyenletnél a megoldóképlet biztos használata.</p>	<p>Fizika: egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.</p>

Diszkrimináns fogalma.	Diszkussziós igény fejlesztése.	
Másodfokú egyenletre vezető törtes egyenletek, gyakorlati problémák és szöveges feladatok.	Az értelmezési tartomány vizsgálata, a megoldás ellenőrzése. Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal.	Mindennapi élet: számítási feladatok.
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	Matematika: a másodfokú függvény zérushelyei.
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	Matematikatörténet: Viéte
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása.	Az változók közötti kapcsolat felfedezése az új ismeretlen bevezetése kapcsán.	Matematikatörténet: Magasabbfokú egyenletek megoldásának története: Cardano, Abel, Galois
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx+d$.	Az értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata. Az ellenőrzés szükségessége.	Fizika: egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladatok.
Másodfokú egyenletrendszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	

Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a \neq 0$).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	Matematika: a másodfokú függvény grafikonja és a megoldások számegyenesen való szemléltetése.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál.	Fizika és a mindennapi élet
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Azonosság. Egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, értékkészlet. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Első- és másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Másodfokúra visszavezethető négyzetgyökös és magasabbfokú egyenletek. Számtani közép, mértani közép.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Geometria		Órakeret 47 óra
Előzetes tudás	Síkgeometriai alapismeretek. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlak felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete. Vektorok összeadás, kivonása. Egybevágósági transzformációk. Kör és részei.		
A tematikai egység nevelési-	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel		

fejlesztési céljai	felismerése. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Körrel kapcsolatos fogalmak Ívmérték Kör és részei - középponti szög - kerületi és középponti szög Húrnégyszögek és érintőnéyszögek definíciója, tételei	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata. Többszintű definíció pontos értése és alkalmazása. Szerkesztés pontos végrehajtása és a lépések analízise. A bizonyítási igény fejlesztése.	Természeti jelenségek megfigyelése. P1: tengeri csillag; szappanhártya alakja
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. Szakaszok adott arányban való felosztása. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	Informatika: geometriai szerkesztő programok alkalmazása a transzformáció szemléltetésére
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok ismerete és alkalmazása feladatokban.	
A háromszögek hasonlóságának	Szükséges és elégséges feltétel	

alapesetei.	megkülönböztetése.	
A hasonlóság alkalmazásai háromszögeknél: Háromszög súlyvonalai, súlypontja,. Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Új ismeretek matematikai alkalmazása. Bizonyítási igény továbbfejlesztése. Geometria és algebra kapcsolatának tudatosítása. \sqrt{n} hosszúságú szakasz szerkesztése.	Fizika: súlypont, tömegközéppont. Vizuális kultúra: arányviszonyok érzékeltetése, aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
Hasonló síkidomok kerületének, területének, hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	A lineáris, a másodfokú és a harmadfokú arányok megkülönböztetése.	Mindennapi élet: makettek, tervrajzok.
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	Földrajz: térképkészítés, térképolvasás.
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense. Nevezetes szögek szögfüggvényei.	Új fogalmak megismerése. A nevezetes szögeket tartalmazó háromszögek ismerete.	Fizika: erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.
A hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak meghatározására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	Fizika: lejtőn való mozgás Mindennapi élet.

Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egybevágó, hasonló alakzatok. Arány. A hegyesszögek szinusza, koszinusza, tangense, kotangense.
------------------------------------	---

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Összefüggések, függvények, sorozatok		Órakeret 5 óra
Előzetes tudás	Függvény fogalma. A függvény tulajdonságai. Elsőfokú, abszolút érték, lineáris törtfüggvények. Egyenes és fordított arányosság grafikonja.		
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában. Függvényvizsgálat a grafikon alapján. továbbfejlesztése. Függvénytranszformáció algebrai és geometriai kapcsolata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Az inverz függvény fogalma. A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	A függvény szemlélet továbbfejlesztése. Az értelmezési tartomány és értékkészlet szerepe.	Matematika: a tengelyes tükrözés alkalmazása az inverz függvény grafikonjának megrajzolásánál.	
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása különböző módszerekkel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése.	Fizika; kémia; biológia, földrajz: számítási feladatok. Informatika: számítógépes	

		program használata.
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Algebrai ismeretek alkalmazása a függvénytranszformációk elvégzésénél. A tengelypont és a szélsőérték kapcsolata.	Fizika: egyenletesen gyorsuló mozgás. Informatika: függvényábrázoló programok használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Függvény megadása, értelmezési tartomány, értékkészlet. Függvénytulajdonságok: növekedés, fogyás, szélsőérték hely, szélsőérték, zérushely. Alapfüggvények. Függvénytranszformáció. Grafikus megoldás.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 8 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Százalékszámítás.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése.</p> <p>Valószínűségi szemlélet továbbfejlesztése. Táblázat értelmezése, készítése.</p> <p>Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.</p>		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
<p>Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye.</p> <p>Elemi esemény, összetett esemény.</p> <p>Biztos esemény, lehetetlen esemény.</p> <p>Műveletek eseményekkel: összeg, szorzat, különbség.</p> <p>Gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség.</p> <p>Klasszikus valószínűségi modell.</p>	<p>A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton. Az esemény valószínűségének becslése.</p> <p>A halmazműveletek és az eseményalgebra műveleteinek analógiája.</p> <p>A valószínűség értelmezése: $0 \leq P(A) \leq 1$</p> <p>A klasszikus valószínűségi modell alkalmazása.</p>	<p>Biológia: öröklés, mutáció.</p> <p>Mindennapi élet: valószínűségi szemlélet.</p>	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véletlen kísérlet. Esemény. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség. Klasszikus valószínűségi modell.		

11. ÉVFOLYAM

Heti óraszám: 4

Éves óraszám: 144

A táblázatban megadott óraszámok csak a tananyag feldolgozására javasolt óraszámok, az értékelésre szánt órákat és az év eleji illetve év végi ismétlő órákat a szabadon hagyott órakeret tartalmazza.

TÉMAKÖR	TÉMAKÖR FELDOLGOZÁSÁRA JAVASOLT ÓRASZÁM 112
I. Gondolkodási módszerek (kombinatorika)	10
II. Algebra (hatvány, gyök, logaritmus)	23 = 13+10
III. Geometria (trigonometria, koordináta geometria)	57 = 24+33
IV. Összefüggések, függvények, sorozatok	7 = 3+2+ 2
V. Valószínűség, statisztika	15

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek		Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Elemek sorba rendezése ismétléssel és ismétlés nélkül, elemek kiválasztása. . Gráffal elméleti alapfogalmak.		
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Az ismétlődés szerepének felismerése, az elemek sorba rendezésénél és kiválasztásánál. A deduktív gondolkodás fejlesztése. .A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Permutáció ismétlés nélkül és ismétléssel. Kombináció ismétlés nélkül. Variáció ismétlés nélkül és ismétléssel. Összetett kombinatorikai feladatok megoldása eset szétválasztással.	Az induktív és deduktív gondolkodás fejlesztése (konkrét esetek összeszámlálása alapján általánosítással illetve általános összefüggések konkrét feladatban való alkalmazásával). A kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Biológia: genetika Magyar nyelv Mindennapi élet Szerencsejátékok	
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Ismétléses illetve ismétlés nélküli problémák. Permutáció, variáció, kombináció, binomiális együttható.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra		Órakeret 23 óra
Előzetes tudás	Nevezetes azonosságok. Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma. Első- és másodfokú egyenlet, egyenletrendszer, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma. Ellenőrzés szerepe.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése a permanencia elve alapján. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Hatványozás egész kitevőre és négyzetgyökvonás, n-edik gyök. Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén A hatványozás azonosságai a permanencia elve alapján..	Sejtések megfogalmazása; divergens gondolkodás. Az ellenőrzés, önellenőrzés igényének alakítása. Zsebszámológép használata. elv alkalmazása.	Fizika; kémia: radioaktivitás. Matematika történet: A déloszi probléma Biológia: baktériumok szaporodása	

<p>Hatványozás és a gyökvonás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.</p>	<p>Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.</p>	
<p>A definíció és az azonosságok közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.</p>	<p>Definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatok megoldása, a szintetizáló gondolkodás fejlesztése.</p> <p>Algebrai modellek alkotása exponenciális egyenletre vezető valós problémák esetén.(Pl.: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).</p>	<p>Földrajz; biológia: globális problémák - demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.</p>
<p>A logaritmus fogalma. A logaritmus azonosságai. A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmusos egyenletek, egyenlőtlenségek.</p>	<p>Az azonosságok felfedezése számolási feladatok segítségével. Sejtés megfogalmazása, a bizonyítási igény fejlesztése.</p> <p>Ismeretek tudatos memorizálása. A logaritmussal való számolás szerepe, zsebszámológép helyes használata.</p>	<p>Kémia: pH-számítás.</p> <p>Matematika történet: Naier „A csodálatos logaritmustáblázat leírása” 1614-ben. Mindennapi élet: kamatos kamatszámolás</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>n-edik gyök fogalma és azonosságai. Racionális kitevőjű hatvány fogalma és azonosságai. Logaritmus fogalma és azonosságai.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Geometria		Órakeret 57 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Alapszerkesztések, szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület és felszín kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Műveletek vektorokkal. Vektorok a koordinátasíkon. Vektorműveletek koordinátákkal megadott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése. Rendezett számpár fogalmának ismerete.	Fizika: erők összeadása komponensek segítségével, sebesség vektor felbontása összetevőkre.	
A helyvektor definíciója. Műveletek koordinátáikkal adott vektorokkal. Szakasz osztópontja. Háromszög súlypontja.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	Fizika: a vonatkoztatási pont szerepe.	

<p>Skaláris szorzás. Vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái. Két vektor hajlásszöge.</p>	<p>Az önellenőrző képesség továbbfejlesztése a számolással kapott eredmény és a koordináta-rendszerben ábrázolt rajz összevetésével.</p>	<p>Fizika: munkavégzés.</p>
<p>Színusztétel, koszinusztétel.</p>	<p>Az általános háromszögben való gondolkodás analógiája a derékszögű háromszögben való gondolkodáshoz képest. A bizonyítási igény felkeltése. Szövegértelmezés továbbfejlesztése a lényegkiemelő képesség fejlesztése. Térbeli feladatok megoldása előtt modellek készítése, távolságok és szögek kiszámítása. Egy-egy feladat többféle megközelítése</p>	<p>Földrajz: térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS. Mindennapi élet: lemérhetetlen távolságok kiszámolása matematikai modell segítségével.</p>
<p>Síkidomok kerületének és területének számítása.</p>	<p>Ismeretek alkalmazása, a régi ismeretek tovább fejlesztése. Szögfüggvények használata a területszámolásban.</p>	<p>Földrajz: felszínszámítás.</p>
<p>Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszög szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.</p>	<p>Trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Zsebszámológép alkalmazása feladatok megoldásában.</p>	

Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenletek.	A mindennapi életből vett probléma átültetése matematikai feladattá. A megoldás összevetése a valósággal.	Fizika: rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
Koordináta geometria: A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái. Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Fizika: hely megadása. Matematika történet: René Descartes
Az egyenes jellemző adatai: irányvektor, normálvektor, iránytangens és ezek kapcsolata.	Megfelelő adatok kiválasztási képességének fejlesztése. Pontos vázlatkészítés.	Informatika: geometriai szerkesztőprogram Fizika: egyenes vonalú egyenletes mozgás grafikonja
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata.	Informatika: geometriai szerkesztőprogram. Matematika: magasságvonal
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	Fizika: Körmozgás, rezgőmozgás

Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel Kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Informatika :geometriai szerkesztőprogram.
A kör adott pontjában húzott érintője.	A kör érintőjének elemi geometriai tulajdonságainak tudatos alkalmazása. A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában.	Informatika: geometriai szerkesztőprogram.
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	A geometriai feladok algebrai megoldása során keletkező hamis gyökök kiválasztási képességének fejlesztése. Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	Informatika: geometriai szerkesztőprogram használata <i>Fizika: égitestek pályája.</i>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Szakasz osztópontja, két pont távolsága. Vektor koordinátái, műveletek vektorok koordinátaival. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete: egyenes és kör egyenlete. Metszéspont, érintő.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Összefüggések, függvények, sorozatok		Órakeret 7 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Függvény megadása, tulajdonságai. Függvények grafikonja. Hatványozás négyzetgyök és n-edik gyök, logaritmus fogalma.. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.		
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris, exponenciális és logaritmikus folyamatok. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata. A forgásszög fogalma, szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos), a trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$..		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A trigonometrikus függvények (tg, ctg)	Periodikus függvények csoportjának bővítése		
Az exponenciális függvények és tulajdonságaik. Egyszerűbb függvény transzformációk.	Permanenciaelv alkalmazása.	Biológia: tanulási görbe	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciálisnövekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (Pl.: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	Fizika; kémia: radioaktivitás. Földrajz: a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.	

A logaritmus függvény, mint az exponenciális függvény inverze.	Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben. Az eredeti és az inverz függvény tulajdonságainak kapcsolata.	
A logaritmusfüggvények és tulajdonságaik. Egyszerűbb függvény transzformációk.		Kémia: oldat kémhatása
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 15 óra
Előzetes tudás	Kombinatorikai ismeretek. Kombinatorika. Eseménytér, elemi események, műveletek elemi eseményekkel.		
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése. A statisztika és a valószínűség számítás kapcsolata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Elemi események. Események előállításuk elemi események összegeként	Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.		

Eseményekkel végzett műveletek: események összege, szorzata, komplementer esemény.		
A valószínűség klasszikus modellje. Kombinatorikus valószínűség. Valószínűség és statisztika kapcsolata.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata. Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása. Modell alkotás szerepe a feladatok megoldásánál.	Matematikatörténet: Rényi: Levelek a valószínűségről.
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Kommunikációs készség, vitakultúra fejlesztése állítások és cáfolatok megfogalmazásával. Becslési képesség és a döntési képesség fejlesztése. Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	Fizika: az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén, binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.	Visszatevése és visszatevés nélküli mintavétel összehasonlítása elvégzett kísérletekkel. Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. Binomiális eloszlás.	

12. ÉVFOLYAM

Heti óraszám: 4

Éves óraszám: 124

A táblázatban megadott óraszámok az új tananyag feldolgozására javasolt óraszámok, az értékelésre szánt órákat a szabadon hagyott órakeret tartalmazza. A középszintű érettségire való felkészítés rendszerező összefoglalással javasolt, a helyi tanterv az ismétlés témaköreihez óraszámot javasol, a tananyagtartalom az egyes évfolyamok órahálójában megtalálható.

TÉMAKÖR	TÉMAKÖR FELDOLGOZÁSÁRA JAVASOLT ÓRASZÁM 100
I. Gondolkodási módszerek (logika, gráfelmélet)	4
II. Algebra	0
III. Geometria	22
IV. Összefüggések, függvények, sorozatok	17
V. Valószínűség, statisztika	3
VI. Rendszerező összefoglalás	54

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek		Órakeret 4 óra
Előzetes tudás	Matematika logika és a gráfelmélet fogalmai, tételei.		
A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.		
	Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
	Matematikai logika. Logikai műveletek és a halmazműveletek kapcsolata. Gráfelmélet.	Hétköznapi nyelv és logika kapcsolata. Bizonyítások.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Matematika logikának és a gráfelméletnek a fogalmai.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra		Órakeret 0 óra
Előzetes tudás	Azonosságok ismeret a matematika minden területéről. Egyenletek egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek megoldása. Ekvivalencia fogalma. Hamis gyök kiszűrése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Technikai segédeszközök ésszerű használata matematikai modellben való számolásban, problémamegoldásban.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Zsebszámológép és számítógép használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Geometria		Órakeret 22 óra
Előzetes tudás	Síkdomokkal, sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép használata.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. Korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.		

Ismeretek		Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Síkidomok kerületének és területének számítása.</p> <p>Háromszögek területének meghatározása különböző adatok segítségével.</p> <p>Speciális négyszögek, sokszögek, kör és részeinek kerülete, területe.</p>		<p>Ismeretek alkalmazása.</p> <p>A megfelelő matematikai összefüggés megtalálása a függvénytáblázat képlettárában.</p> <p>A valós életből vett problémák matematikába való átültetése.</p>	<p>Földrajz: felszínszámítás.</p> <p>Mindennapi élet</p>
<p>Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.</p>		<p>A problémához illeszkedő vázlatos ábraelkészítés. A megfelelő síkmetszet kiválasztása, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).</p>	<p>Informatika: térgeometriai szimulációs program).</p> <p>Kémia: kristályok.</p> <p>Építészet</p>
<p>A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.</p>		<p>A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modellen való gondolkodási készség fejlesztése. Ismeretek megfelelő alkalmazása.</p>	<p>Informatika: térgeometriai szimulációs program.</p> <p>Építészet..</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	<p>Felszín, térfogat. Testháló. Poliéder, speciális poliéderek. Hasáb, gúla, henger, kúp, csonka gúla és csonka kúp, gömb és velük kapcsolatos elnevezések. Szabályos testek.</p>		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Összefüggések, függvények, sorozatok		Órakeret 17 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Sorozatok szemléletes fogalmának ismerete.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata.. Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata. Nevezetes sorozatok képzési szabályának felismerése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. Számsorozat grafikonja (diszkrét pontok) A tanult függvény tulajdonságok átvitele sorozatokra.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel. Megadott sorszámú elem meghatározása a képlet segítségével. Sorozatok elemi tulajdonságainak (monotonitás, korlátosság, periodicitás) felismerése.	Matematikatörténet: Fibonacci., püthagoreusok figurális számai. Logika: képzési szabály megtalálása és a sorozat további elemeinek meghatározása.	
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. ·	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat, mint lineáris függvény. Bizonyítási igény fejlesztése.	Matematikatörténet: Gauss	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A mértani sorozat, mint exponenciális függvény.	Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: exponenciális	

	Bizonyítási igény fejlesztése.	folyamatok vizsgálata.
<p>Pénzügyi számítások.</p> <p>Egyszerű kamat és kamatoskamat-számítás.</p> <p>Hitel és járadékfizetés.</p>	<p>Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai.</p> <p>Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye.</p> <p>Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás).</p> <p>A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.</p>	<p>Földrajz: a világgazdaságban a pénztőke működése, a monetáris világjellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.</p> <p>Társadalmi és állampolgári ismeretek: a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</p> <p>Gazdaságtan: THM</p>
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat. n-edik elem, első n elem összege. Kamat és Kamatos kamat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 3 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Események, és műveletek eseményekkel eseménytér. Klasszikus valószínűség számítási modell.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Statisztikai mintavétel. Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Statisztikai mutatók kiszámítására.	Mindennapi élet: grafikonok, statisztikai felmérések	
Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén.	Valószínűségi feladatok becslése, és a megoldások megkeresése.	Informatika: szimulációs programok használata.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Gyakoriság, relatív gyakoriság valószínűség, mintavétel.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás		Órakeret 54 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika tananyaga.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése. Különböző matematikai ismeretek összekapcsolása.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Gondolkodási és megismerési módszerek			Órakeret 6 óra
Halmazok. Speciális halmazok: ponthalmazok, valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).		
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	Filozófia: logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.	
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.		
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.		

Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	Filozófia: szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorba rendezési és kiválasztási problémák felismerése. esetek számának meghatározása. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: Valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	

Számтан, algebra		Órakeret 23 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Életvitel:</i> alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.
Egyenletek, egyenletrendszerek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével. Ellenőrzés szerepe a megoldás után.	Magyar nyelv: Szövegértés

Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>Fizika; kémia; biológia:</i> képletek használata
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldási módszerei: algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Ellenőrzésre való képesség fejlesztése.	Matematika: függvények grafikonja és az algebra kapcsolata.
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlettípusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása. Értelmezési tartomány meghatározása.	
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre, egyenletrendszerekre vezető gyakorlati életből vett szöveges feladatok.	A szöveg matematikai megfelelőjének megtalálása, az eredmény ellenőrzése és összevetése a valós problémával..	Mindennapi élet problémái..

Geometria		Órakeret 14 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok.	A fogalmak biztos alkalmazása.	
Térelemek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk, tulajdonságaik. Egybevágósági, hasonlósági transzformációk..	A megfelelő transzformáció felismerése a feladat megoldásához. Speciális transzformációk tulajdonságainak biztos alkalmazása.	
Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	Építészet, díszítő elemek. Zenei szimmetriák.
Háromszögre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	
Négyszögre vonatkozó tételek és alkalmazásuk.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	

Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint.		
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		
Vektorok koordinátái. Bázisrendszer. Vektorok alkalmazásai, eltolás.	A vektor fogalmának ismeret, műveletek vektorokkal.	Fizikában a vektorok szerepe.
Koordinátageometria: az egyenes és a kör egyenlete. Két alakzat közös pontja.	Geometria és algebra összekapcsolása.	

Összefüggések, függvények, sorozatok		Órakeret 7 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A függvény megadása. Értelmezési tartomány, értékkészlet. A függvények tulajdonságai. A tanult elemi függvények ismerete	A fogalmak pontos ismerete. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények grafikonjának elkészítése.	Mindennapi élet: folyamatok leírása függvényekkel-
Függvény transzformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	A transzformációk elvégzése konkrét esetekben, a változó tulajdonságok vizsgálata.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvény transzformációk és geometriai transzformációk

Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	A hozzárendelési szabályból és a grafikonból következtethető tulajdonságok felismerése, precíz megfogalmazás.	Mindennapi élet: Függvények használata valós folyamatok elemzésében
--	---	---

Valószínűség-számítás, statisztika		Órakeret 4 óra
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Diagramok. Statisztikai mutatók: átlag módusz, medián, , szórás, terjedelem..	Adathalmazok jellemzése a statisztikai mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése. Diagramok értő elemzése és készítése.	Magyar nyelv: a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása..
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. Visszatevéses mintavétel.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a mindennapi életben, a pénzügyi és társadalmi a folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	Orvoslás: rizikófaktor Gazdasági matematika: biztosítási paraméterek.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.	

